

# Finanzas Corporativas

---

## Clase #7 – Parte II

Una Visión Alternativa de Riesgo – Rendimiento:  
Arbitrage Pricing Theory (APT)

Bibliografía:

Ross, Westerfield y Jaffe, 11

# Resumen Clases Anteriores

---

- El rendimiento de los instrumentos financieros es variable, y esa variabilidad se aproxima calculando la varianza y desviación estándar históricas
- Existe cierto grado de interdependencia entre los retornos de los instrumentos financieros, cuando analizamos cuánto exigirle a un instrumento no sólo pensamos en sus características intrínsecas (promedio y desviación), sino en cómo se relaciona con el resto de activos financieros (co-varianza)
- Con base en la correlación entre la variabilidad de un activo y la del promedio de los demás activos (representado por “el mercado”) definimos un parámetro beta
- Con base en ese parámetro derivamos una relación lineal entre la beta de ese activo y su rendimiento esperado
- Esa relación lineal **no especifica parámetros subyacentes que causan esa correlación, se calcula tomando en base la historia**
- Hoy veremos una teoría alternativa a CAPM, *arbitrage pricing model* (APT, o teoría de la asignación del precio de arbitraje), que permite estudiar de forma aún más profunda las relaciones entre los retornos de los activos y una serie de parámetros de mercado (en este sentido CAPM es un caso específico de APT) y de sector

# Class Outline

---

- 1.- Factor Models: Anuncios, Sorpresas, y Retornos Esperados
  - 2.- Riesgo: Sistemático y No Sistemático
  - 3.- Riesgo Sistemático y Betas
  - 4.- Portafolios y Factor Models
  - 5.- Betas y Retornos Esperados
  - 6.- CAPM y Arbitrage Pricing Theory
  - 7.- Enfoques Empíricos en Asset Pricing
- Resumen y Conclusiones

# Arbitrage Pricing Theory

---

Arbitrage – Surge cuando un inversionista puede generar una ganancia segura (sin riesgo) sin inversión.

- Debido a que la condición de arbitraje requiere que no exista inversión, un inversionista puede asegurar posiciones grandes y crear grandes beneficios.
- En mercados eficientes, las oportunidades de arbitraje desaparecen rápidamente.

# 1.- Factor Models: Anuncios, Sorpresas, y Retornos Esperados

---

- El retorno de cualquier activo está compuesto de dos partes:
  - 1) Retornos esperados (rendimiento normal, “predecible”)
  - 2) Segundo: Lo inesperado de los retornos con riesgo
- OJO: **No se puede asociar predecible con sistemático!**
- Una forma de expresar el retorno de una acción el mes próximo es:

$$R = \bar{R} + U$$

donde

$\bar{R}$  es la fracción "esperada" del retorno

$U$  es la fracción "inesperada" del retorno

# 1.- Factor Models: Anuncios, Sorpresas, y Retornos Esperados

---

- Cualquier anuncio que haga una empresa o un gobierno (en relación con factores que afectan a la empresa) puede ser a su vez dividido en dos partes, la anticipada o esperada por el mercado, y el elemento “sorpresa” o “nuevo”
- **Anuncio = Parte esperada + sorpresa**
- La parte esperada de cualquier anuncio está incorporada dentro de la información que el mercado usa para formarse sus expectativas (R) del retorno de esa acción, se dice que los inversionistas “*ya han descontado el anuncio*” (el anuncio no tendrá efecto sobre el mercado porque se había anticipado la noticia)
- El elemento “sorpresa” está constituido por esas noticias no anticipadas, razón por la cual generan una fracción del retorno “no anticipado” (U).

## 2.- Risk: Systematic and Unsystematic

---

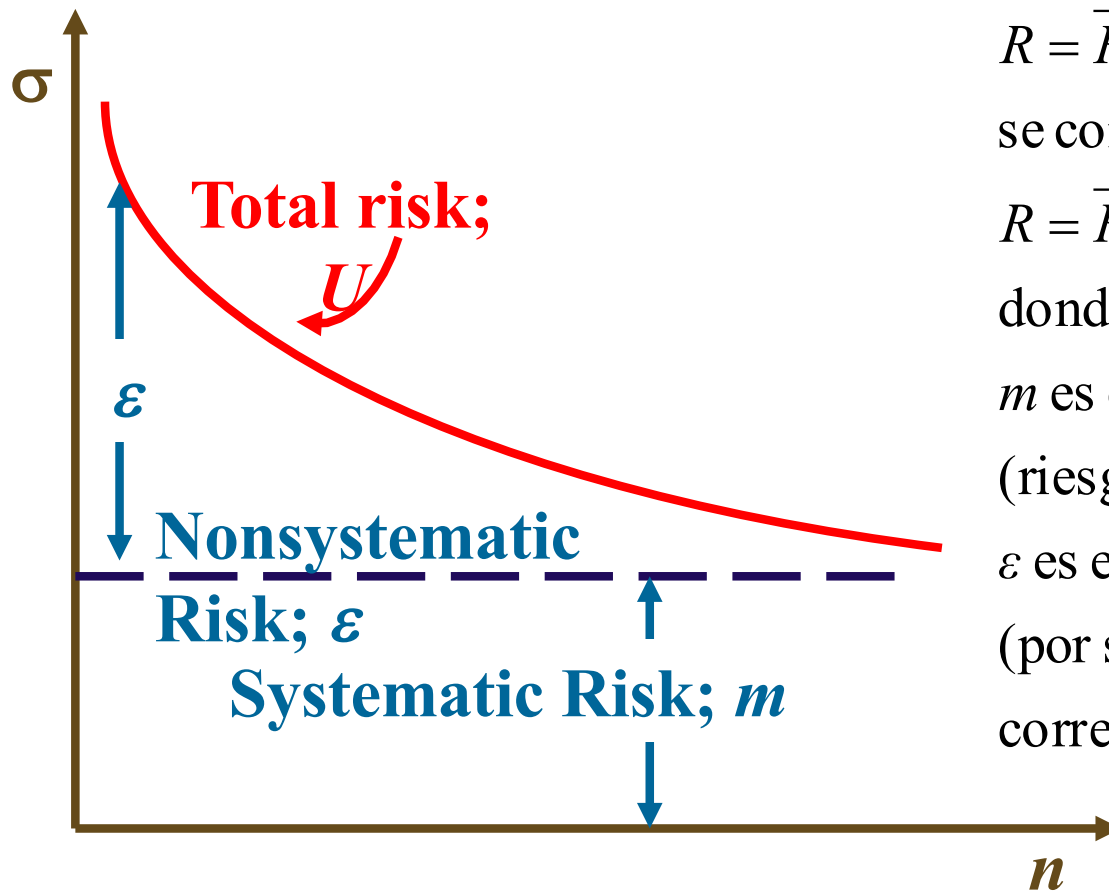
- A *systematic risk* is any risk that affects a large number of assets, each to a greater or lesser degree.
- An *unsystematic risk* is a risk that specifically affects a single asset or small group of assets.

(To define what type of risk is a certain activity is not that easy... GDP? Oil price? Natural Gas shortages? ITF? ...)

- Unsystematic risk can be diversified away.
- Examples of systematic risk include uncertainty about general economic conditions, such as GNP, interest rates or inflation.
- On the other hand, announcements specific to a company, such as a gold mining company striking gold, are examples of unsystematic risk.

## 2.- Riesgo: Sistemático y No Sistemático

Podemos dividir el riesgo,  $U$ , de tener un stock en dos componentes: riesgo sistemático y no sistemático



$$R = \bar{R} + U$$

se convierte en

$$R = \bar{R} + m + \varepsilon$$

donde

$m$  es el riesgo sistemático  
(riesgo de mercado)

$\varepsilon$  es el riesgo no sistemático  
(por ser específico, no está  
correlacionado con los demás activos!)



## 3.- Riesgo Sistemático y Betas

---

- El coeficiente beta,  $\beta$ , nos indica la capacidad de respuesta de los retornos del stock al riesgo sistemático.
- En el CAPM,  $\beta$  medía la respuesta del retorno de una acción sobre un factor específico de riesgo, el retorno del portafolio de mercado:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_M)}{\sigma^2(R_M)}$$

- Vamos a considerar muchos tipos de riesgo sistemático (no sólo el del portafolio de mercado...)

## 3.- Riesgo Sistemático y Betas

- Por ejemplo, suponga que existen tres tipos de riesgo sistemático en los que nos gustaría focalizarnos:

1. Inflación
2. Crecimiento (Variación PIB)
3. Cambios en la tasa de interés

- Nuestro modelo sería:

$$R = \bar{R} + m + \varepsilon$$

$$R = \bar{R} + \beta_I F_I + \beta_{GDP} F_{GDP} + \beta_r F_r + \varepsilon$$

$\beta_I$  es la beta de la inflación

$\beta_{GDP}$  es la beta del PIB

$\beta_r$  es la beta del cambio en la tasa de interés



**También se necesita que las variables no estén correlacionadas entre sí!**

$\varepsilon$  es el riesgo no sistemático, no está correlacionado con los  $\varepsilon$  de otros instrumentos, y por esa misma razón puede diversificarse

# Riesgo Sistemático y Betas: Ejemplo

---

$$R = \bar{R} + \beta_I F_I + \beta_{GDP} F_{GDP} + \beta_r F_r + \varepsilon$$

- Suponga que de esas tres variables se tienen los siguientes estimados:
  1.  $\beta_I = 2.00$
  2.  $\beta_{GDP} = 1.00$
  3.  $\beta_r = -1.80$
- Por último, la empresa ha sido capaz de contratar a un CEO “estrella”, y este evento inesperado se espera que contribuya 5% al retorno de la acción:

$$\varepsilon = 5\%$$

$$R = \bar{R} + 2.00 \times F_I + 1.00 \times F_{GDP} - 1.80 \times F_r + 5\%$$

# Riesgo Sistemático y Betas: Ejemplo

$$R = \bar{R} + 2.00 \times F_I + 1.00 \times F_{GDP} - 1.80 \times F_r + 5\%$$

¿Qué sorpresas ocurrieron dentro de los factores de riesgo sistemático?  
Si, por ejemplo, la inflación esperada era de 5% (incorporada al retorno esperado), pero en efecto fue de 7% durante el período, entonces:

$F_I$  = Sorpresa en la tasa de inflación

= actual – esperada

= 7% - 5%

= 2%

**El efecto de la inflación esperada ya está incorporado en R-esperado, aquí sólo vamos a medir el efecto “sorpresa”**

$$R = \bar{R} + 2.00 \times 2\% + 1.00 \times F_{GDP} - 1.80 \times F_r + 5\%$$

# Riesgo Sistemático y Betas: Ejemplo

$$R = \bar{R} + 2.00 \times F_I + 1.00 \times F_{GDP} - 1.80 \times F_r + 5\%$$

Si, por ejemplo, el crecimiento en el PIB esperado era de 2%, pero en efecto fue 1% durante el período, entonces:

$F_{GDP}$  = Sorpresa en la tasa de crecimiento PIB

= actual – esperada

= 1% - 2%

= -1%

**El efecto de la variación del PIB esperada ya está incorporado en R-esperado, aquí sólo vamos a medir el efecto “sorpresa”**

$$R = \bar{R} + 2.00 \times 2\% + 1.00 \times (-1\%) - 1.80 \times F_r + 5\%$$

# Riesgo Sistemático y Betas: Ejemplo

$$R = \bar{R} + 2.00 \times F_I + 1.00 \times F_{GDP} - 1.80 \times F_r + 5\%$$

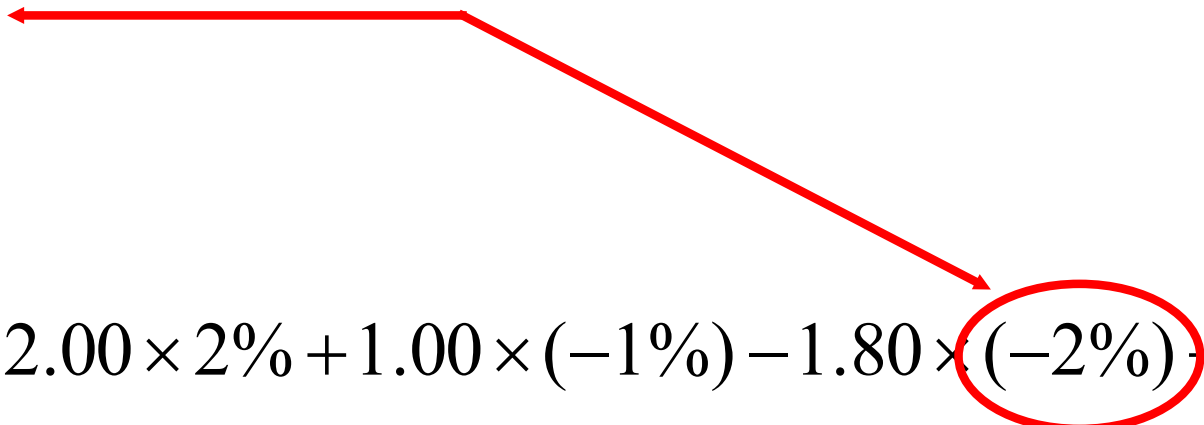
Si, por ejemplo, las tasas de interés bajaron 2%, cuando se esperaba que no cambiaran, entonces ...

$F_r$  = Sorpresa en cambio en las tasas de interés ...

= actual – esperada

= 0% - 2%

= -2%

$$R = \bar{R} + 2.00 \times 2\% + 1.00 \times (-1\%) - 1.80 \times (-2\%) + 5\%$$


# Riesgo Sistemático y Betas: Ejemplo

---

$$R = \bar{R} + 2.00 \times 2\% + 1.00 \times (-1\%) - 1.80 \times (-2\%) + 5\%$$

Finalmente, si el retorno esperado de esa acción en las condiciones de riesgo sistemático esperadas era de 4%, entonces:

$$\bar{R} = 4\%$$

$$R = 4\% + 2.00 \times 2\% + 1.00 \times (-1\%) - 1.80 \times (-2\%) + 5\%$$

$$R = 4\% + 6.6\% + 5\%$$

$$R = 15.6\%$$

## 4.- Portafolios y Factor Models

---

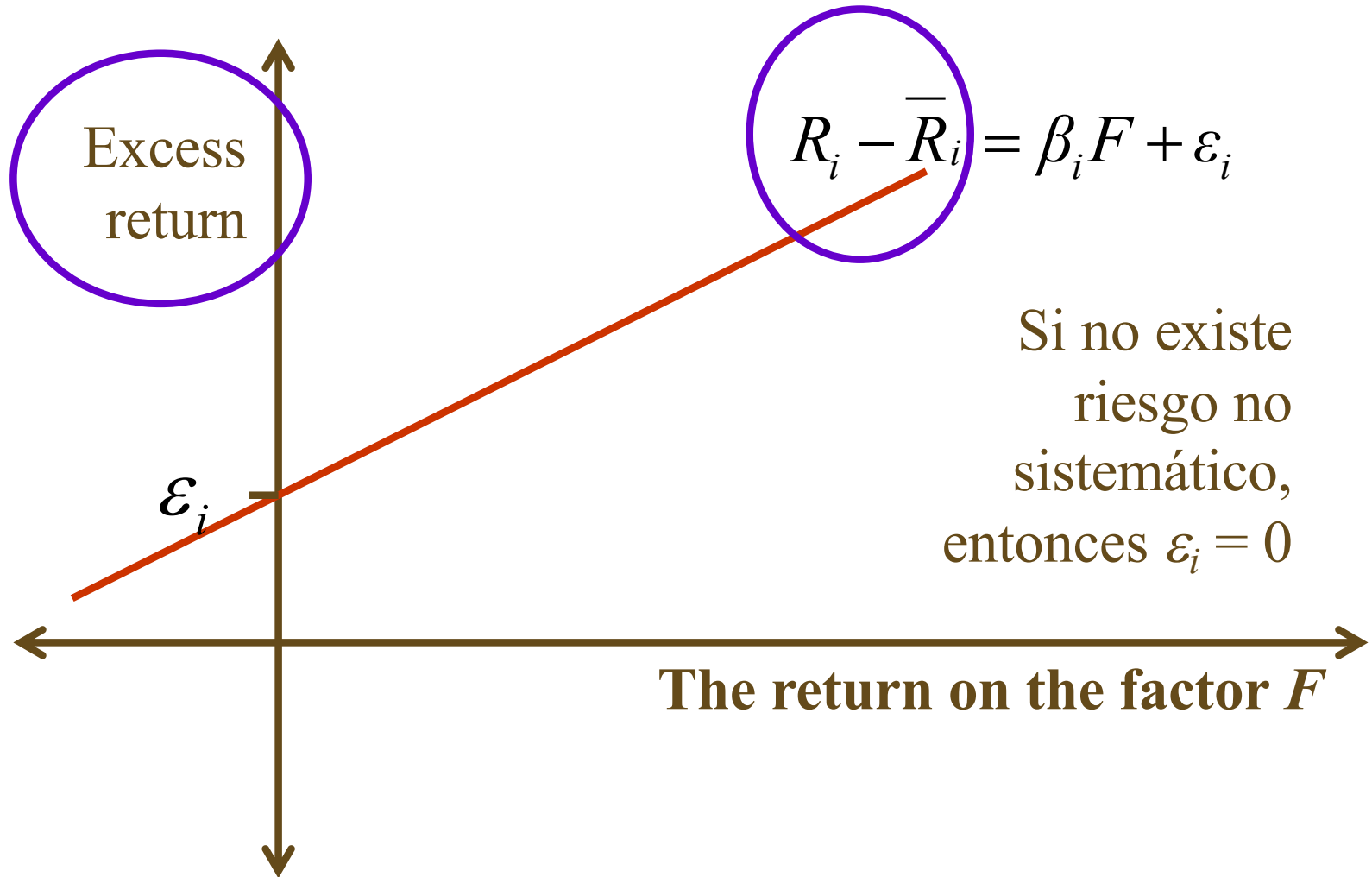
- Ahora vamos a considerar qué ocurre en el caso de portafolios de *stocks* cuando cada uno de esos *stocks* se comporta según un modelo de un solo factor (*one-factor model*)
- Vamos a crear portafolios de una lista de N *stocks* y a capturar el riesgo sistemático con un modelo de un sólo factor
- El stock  $i^{\text{th}}$  de la lista tiene retornos (obsérvese que F no tiene subíndice, representa el riesgo sistemático que podría representar una “sorpresa” en el PIB, etc.):

$$R_i = \bar{R}_i + \beta_i F + \varepsilon_i$$

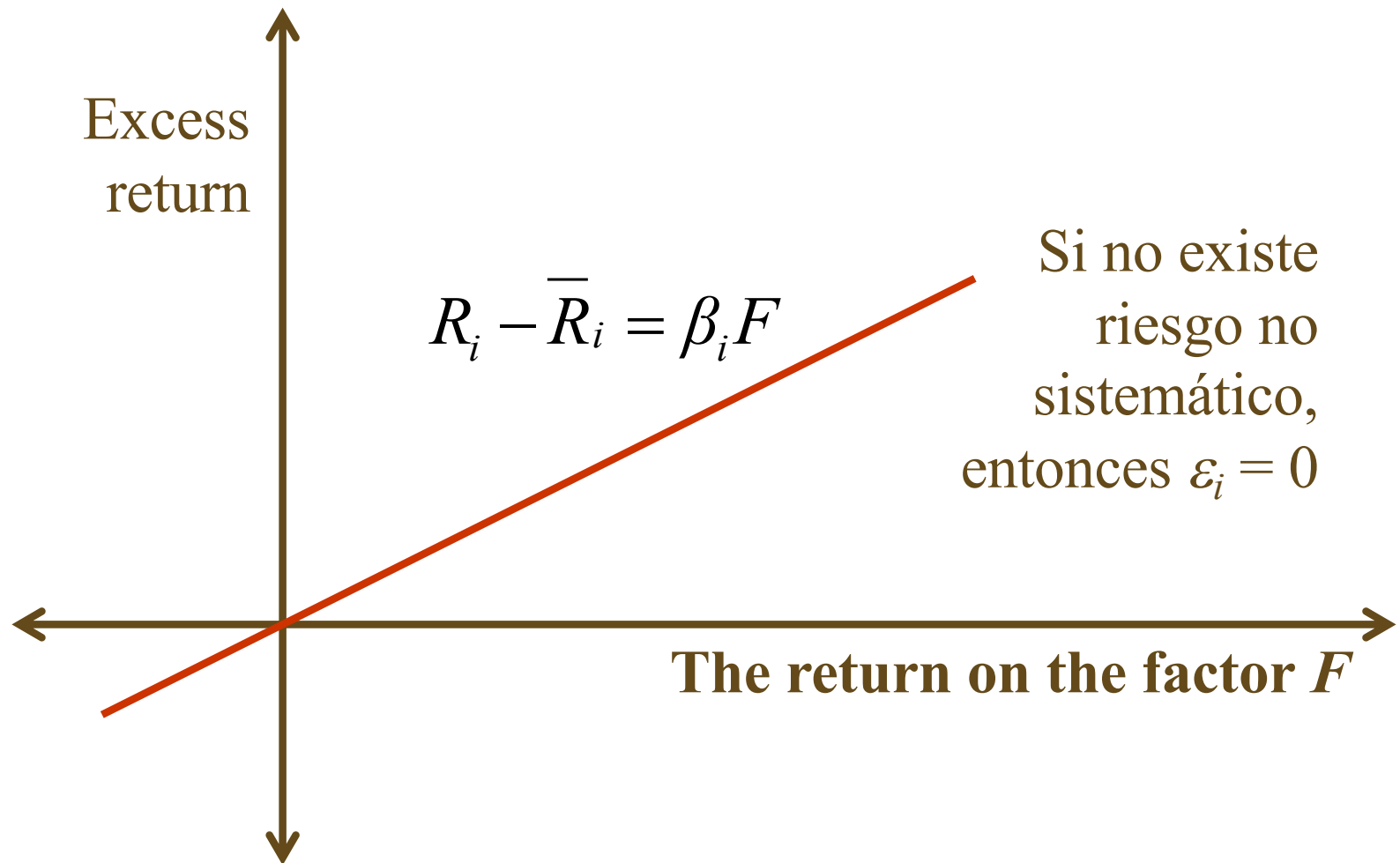
$$R_i - \bar{R}_i = \beta_i F + \varepsilon_i$$



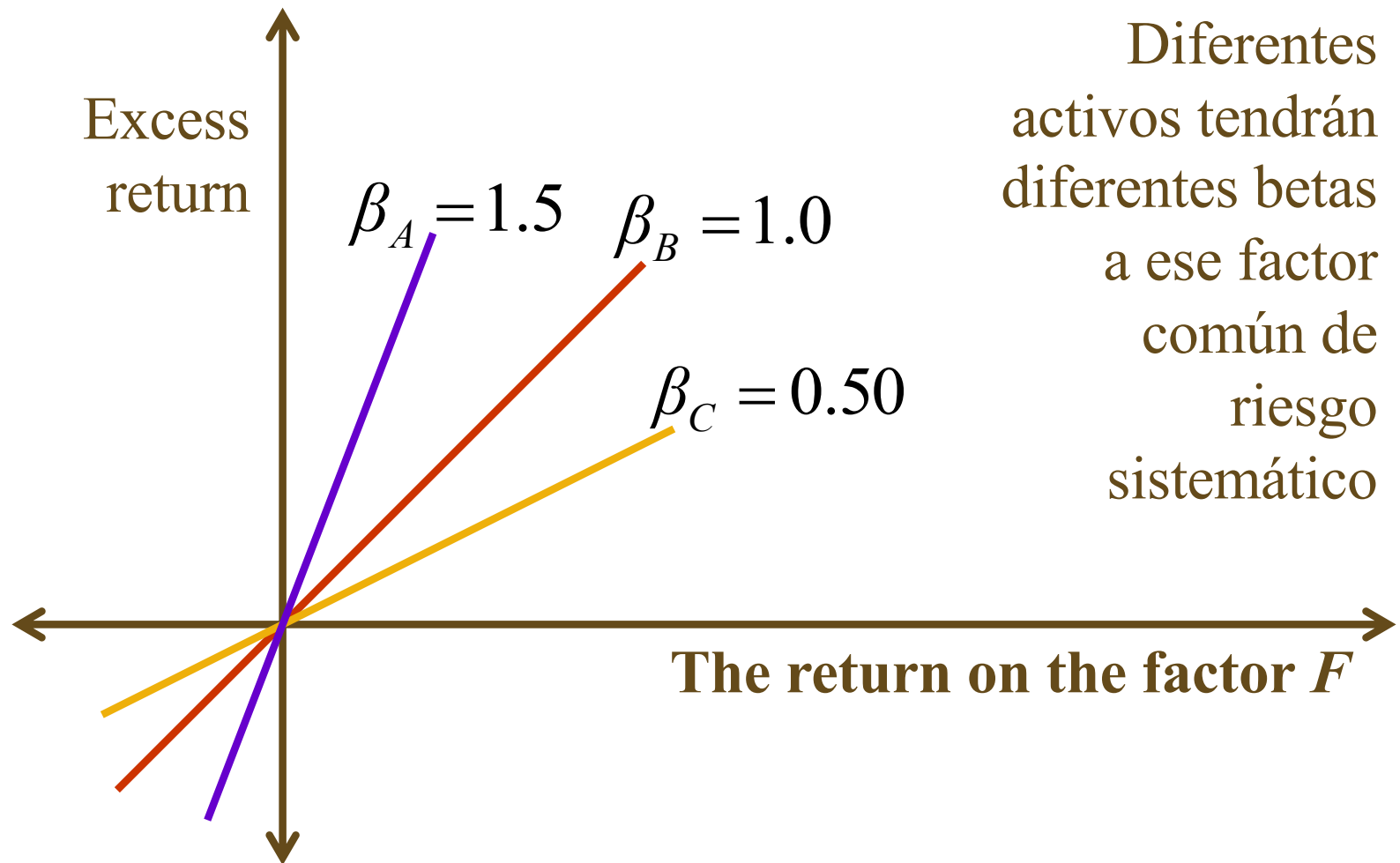
# Relación Entre el retorno del Factor Común y los Retornos en Exceso



# Relación Entre el retorno del Factor Común y los Retornos en Exceso




# Relación Entre el retorno del Factor Común y los Retornos en Exceso



# Portafolios y Diversificación

- Nosotros sabemos que el retorno de un portafolio es el promedio ponderado de los diferentes activos que forman parte del portafolio:

$$R_P = X_1 R_1 + X_2 R_2 + \dots + X_i R_i + \dots + X_N R_N$$


$$R_i = \bar{R}_i + \beta_i F + \varepsilon_i$$

$$R_P = X_1 (\bar{R}_1 + \beta_1 F + \varepsilon_1) + X_2 (\bar{R}_2 + \beta_2 F + \varepsilon_2) + \dots + X_N (\bar{R}_N + \beta_N F + \varepsilon_N)$$

$$R_P = X_1 \bar{R}_1 + X_1 \beta_1 F + X_1 \varepsilon_1 + X_2 \bar{R}_2 + X_2 \beta_2 F + X_2 \varepsilon_2 + \dots + X_N \bar{R}_N + X_N \beta_N F + X_N \varepsilon_N$$

# Portafolios y Diversificación

---

Siendo así, el retorno de *cualquier* portafolio está determinado por tres sets de parámetros:

1. El promedio ponderado de los retornos esperados
2. El promedio ponderado de las betas multiplicado por el factor común de riesgo sistemático
3. El promedio ponderado de los riesgos no sistemáticos

$$R_P = X_1 \bar{R}_1 + X_2 \bar{R}_2 + \dots + X_N \bar{R}_N \\ + (X_1 \beta_1 + X_2 \beta_2 + \dots + X_N \beta_N) F$$

$$+ X_1 \varepsilon_1 + X_2 \varepsilon_2 + \dots + X_N \varepsilon_N$$

En un portafolio suficientemente grande, la tercera línea de esta ecuación desaparece, en la medida en que el riesgo no sistemático es diversificado totalmente

# Portafolios y Diversificación

---

Siendo así, el retorno de un portafolio bien diversificado está determinado por dos sets de parámetros:

1. El promedio ponderado de los retornos esperados
2. El promedio ponderado de las betas multiplicado por el factor (F)

$$R_P = X_1 \bar{R}_1 + X_2 \bar{R}_2 + \cdots + X_N \bar{R}_N \\ + (X_1 \beta_1 + X_2 \beta_2 + \cdots + X_N \beta_N) F$$

En un portafolio suficientemente grande, la única fuente de incertidumbre es la sensibilidad del portafolio al factor

## 5.- Betas y Retornos Esperados

---

$$R_P = \underbrace{X_1 \bar{R}_1 + \dots + X_N \bar{R}_N}_{\bar{R}_P} + \underbrace{(X_1 \beta_1 + \dots + X_N \beta_N) F}_{\beta_P}$$

Recordando que:

$$\bar{R}_P = X_1 \bar{R}_1 + \dots + X_N \bar{R}_N$$

y

$$\beta_P = X_1 \beta_1 + \dots + X_N \beta_N$$

El retorno de un portafolio bien diversificado es el retorno esperado más la sensibilidad del portafolio al factor.

$$R_P = \bar{R}_P + \beta_P F$$

# Relación Entre Betas y Retornos Esperados

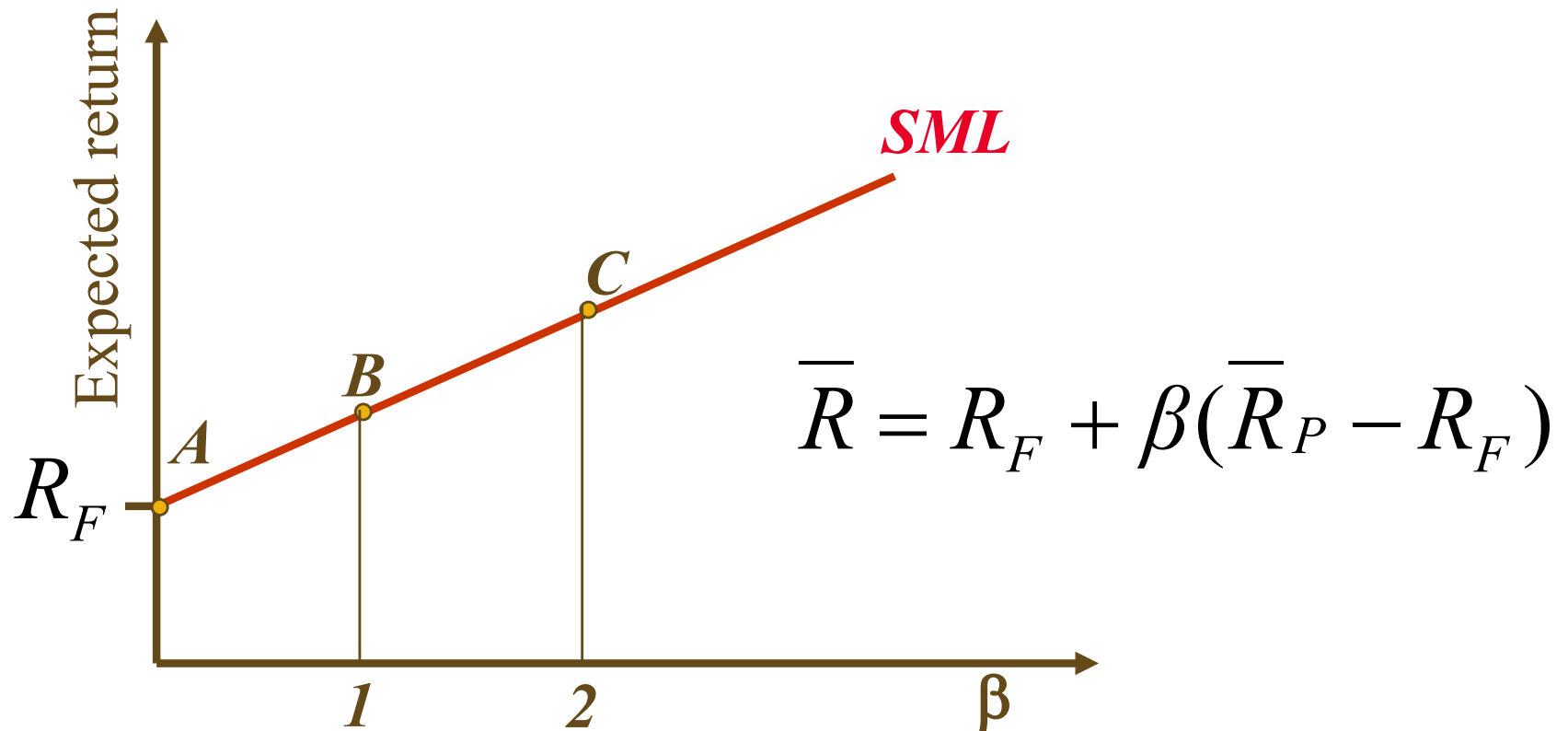
---

- Si los accionistas ignoran el riesgo no sistemático cuando analizan un activo (porque lo incorporarían a un portafolio bien diversificado), sólo el riesgo sistemático de una acción puede ser relacionado a su retorno esperado:

$$R_P = \bar{R}_P + \beta_P F$$



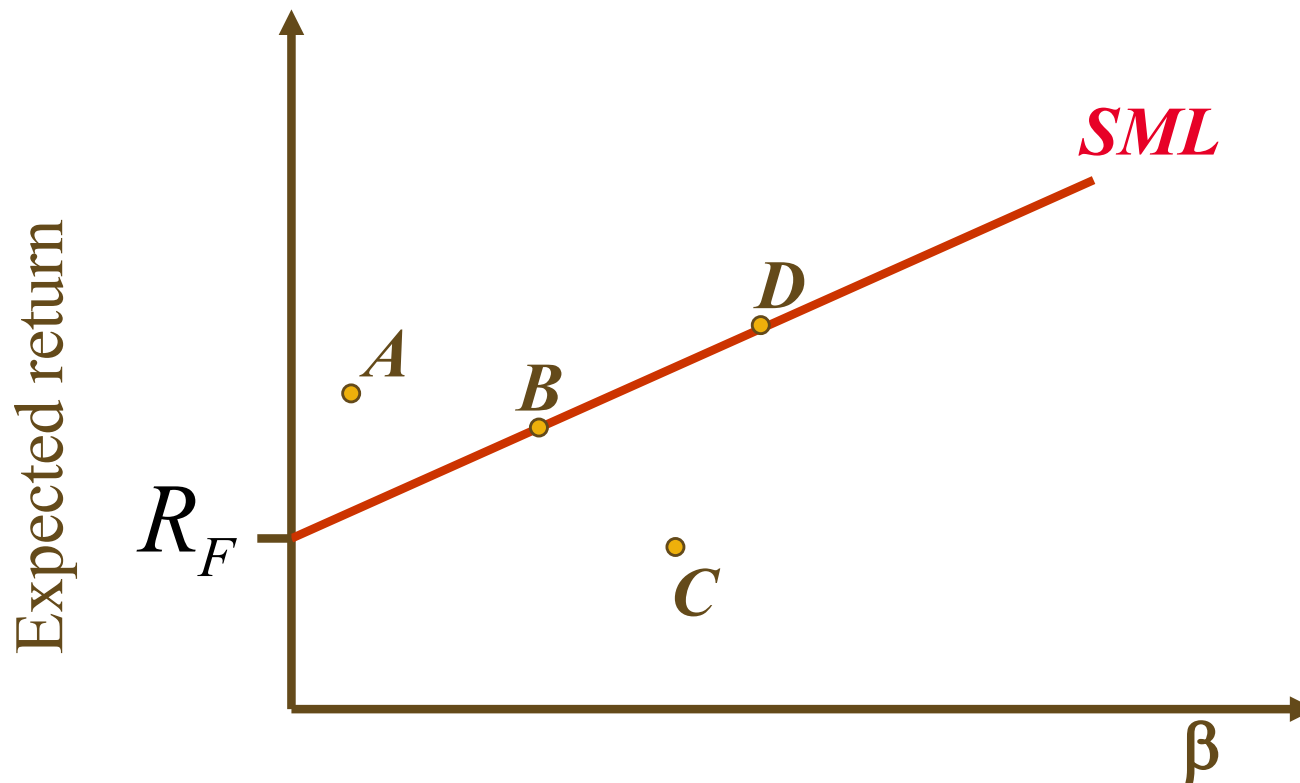
# Relación Entre Betas y Retornos Esperados



En este caso, invertir 100% en B o 50% - 50% en A – C es igual; el riesgo no sistemático de ambas inversiones no tiene por qué ser igual, pero dentro de un portafolio sistemático ese riesgo desaparece con la diversificación

# Relación Entre Betas y Retornos Esperados

¿Sobrevaluación o subvaluación?



$$\bar{R} = R_F + \beta(\bar{R}_P - R_F)$$

## 6.- CAPM y Arbitrage Pricing Theory

---

- La derivación del CAPM hace intuitivamente más explícito el tema de los conjuntos eficientes y la diversificación
- CAPM es más sencillo de implementar, más fácil de explicar y forma parte del lenguaje común de las finanzas corporativas
- En APT se agregan factores hasta que el riesgo no sistemático de cada instrumento deja de estar correlacionado con el riesgo no sistemático de cualquier otro instrumento (nada garantiza en el CAPM, que los errores – riesgos no-sistemáticos no estén correlacionados)
- APT es más general, permite obtener retornos esperados y betas sin tener que asumir la existencia del portafolio de mercado
- APT hace explícitos los factores en lugar de asumir que existen un conjunto de variables no explícito que influyen sobre la única variable que CAPM considera: La prima por riesgo de mercado

# 7.- Enfoques Empíricos en Asset Pricing

---

- Ambos (CAPM y APT) son modelos basados en riesgo, hay otras alternativas
- Los modelos empíricos están basados menos en teoría y más en buscar “regularidades” en el record histórico del comportamiento de un activo
  - ¿Mientras más pequeña la empresa mayor el rendimiento esperado?
  - ¿Mientras más baja sea la relación P/U (price-earnings) mayor rendimiento esperado (sub-valoración)?
  - ¿Cuál es la relación entre rendimiento esperado y la relación valor de mercado de los activos (VM) a valor en libros (VL)?  
(según muchos estudios, estos dos últimos parámetros P/E y VM/VL son mejores predictores de rendimiento que las propias betas!)
- Correlación no necesariamente indica causalidad: críticos escépticos: Data mining!
- La práctica de clasificar portafolios según su “estilo”: *Value portoflio (P/E bajos, bajo crecimiento esperado) or Growth portfolio (P/E altos, alto crecimiento esperado)* está directamente relacionada con métodos empíricos

# Resumen y Conclusiones

---

- APT supone que los retornos de los activos se comportan según un modelo factorial del tipo:

$$R = \bar{R} + \beta_I F_I + \beta_{GDP} F_{GDP} + \beta_S F_S + \varepsilon$$

- En la medida en que se agregan activos al portafolio, los riesgos no sistemáticos de los activos individuales se cancelan unos con otros; un portafolio bien diversificado no posee riesgo no sistemático
- El *CAPM* puede ser visto como un caso específico de *APT*, en donde el factor común de riesgo (F) es el rendimiento del portafolio de mercado
- Los modelos empíricos de *asset pricing* tratan de capturar relaciones entre atributos de un activo y sus retornos históricos, tomados directamente de la data disponible, y sin ninguna formulación teórica